

$\because AB \parallel CD, \therefore \angle HEN + \angle PHD = 180^\circ,$   
 $\therefore \angle HEN = 180^\circ - \angle PHD = 100^\circ.$   
 $\because \angle HNE + \angle PHM + \angle HEN = 180^\circ, \angle MNB =$   
 $\angle HNE, \therefore \angle MNB + \angle PHM = 180^\circ - \angle HEN =$

$80^\circ.$

综上所述,  $\angle MNB$  和  $\angle PHM$  的数量关系是  
 $\angle MNB + \angle PHM = 100^\circ$  或  $\angle MNB - \angle PHM =$   
 $80^\circ$  或  $\angle MNB + \angle PHM = 80^\circ.$

## 第八章 实数

### 8.1 平方根

#### 课时1 平方根



##### 1. C

**2. C** 【解析】当  $a = -2$  时,  $a+1$  没有平方根, 故小丁说法错误; 当  $a$  为正数时,  $-a$  没有平方根, 当  $a$  为 0 或负数时,  $-a$  有平方根, 故小张说法正确;  $\because a^2 + 2 > 0, \therefore a^2 + 2$  一定有平方根, 故小刘说法正确. 故选 C.

**3. C** 【解析】 $\because 2\ 025$  的两个平方根是  $m$  和  $n$ ,  $\therefore mn = -m^2 = -2\ 025, m+n=0, \therefore m+2mn+n = -4\ 050$ , 故选 C.

**4.  $x \geq 1$**  【解析】根据题意得  $x-1 \geq 0$ , 所以  $x \geq 1$ . 故答案为  $x \geq 1$ .

**5.  $\sqrt{2}$**  【解析】由题意得  $2 \times 2^2 - 4 = 2a^2$ , 解得  $a = \sqrt{2}$  或  $a = -\sqrt{2}$  (舍去). 故答案为  $\sqrt{2}$ .

**6. (1) 9 (2) 2** 【解析】(1)  $\because$  正有理数  $x$  的平方根是  $a$  和  $a+b, \therefore a+a+b=0. \because b=6, \therefore 2a+6=0, \therefore a=-3, \therefore x=9$ . 故答案为 9.

(2)  $\because$  正有理数  $x$  的平方根是  $a$  和  $a+b, \therefore (a+b)^2 = x, a^2 = x. \therefore a^2x + (a+b)^2x = 8, \therefore x^2 + x^2 = 8, \therefore x^2 = 4. \because x > 0, \therefore x = 2$ . 故答案为 2.

**7. 【解】**①当  $a+3=2a-15$  时,  $a=18$ , 则  $a+3=21, 21^2=441$ ; ②当  $a+3=-(2a-15)$  时,  $a=4$ , 则  $a+3=7, 7^2=49$ . 故这个数是 49 或 441.

**8. D** 【解析】 $2 \frac{1}{4} = \frac{9}{4}, \pm \sqrt{\frac{9}{4}} = \pm \frac{3}{2}$ . 故选 D.

**9.  $\pm\sqrt{2}$**  【解析】 $\because \sqrt{4}=2, \therefore 2$  的平方根是  $\pm\sqrt{2}$ . 故答案为  $\pm\sqrt{2}$ .

**10. 2 或 -12** 【解析】 $\because [( \quad ) + 5]^2 = 49, \therefore ( \quad ) + 5 = \pm 7, \therefore ( \quad )$  内的数为 2 或 -12,

#### 关键点拨

只有非负数才有平方根, 此题中, 判断数的正负是解题的关键.

#### 关键点拨

正数的平方根有两个, 它们互为相反数.

#### 易错警示

本题容易忽视  $a+3$  和  $2a-15$  可能相等而出错.

#### 易错警示

求一个数的平方根一定要先将原数计算化简, 再进行开方.

故答案为 2 或 -12.

**11. 【解】**(1)  $(-15)^2 = 225$ , 225 的平方根是  $\pm 15$ , 用式子表示为  $\pm \sqrt{(-15)^2} = \pm 15$ .

(2)  $\left| \frac{4}{121} \right| = \frac{4}{121}, \frac{4}{121}$  的平方根是  $\pm \frac{2}{11}$ , 用式子表示为  $\pm \sqrt{\left| \frac{4}{121} \right|} = \pm \frac{2}{11}$ .

**12. 【解】**(1) 移项得  $9x^2 = 25$ , 两边都除以 9 得  $x^2 = \frac{25}{9}$ , 由平方根的定义得  $x = \pm \frac{5}{3}$ .

(2)  $(x-1)^2 + 8 = 72$ , 移项得  $(x-1)^2 = 72-8$ , 合并同类项得  $(x-1)^2 = 64$ , 由平方根的定义得  $x-1 = \pm 8$ , 即  $x=9$  或  $x=-7$ .

(3) 移项得  $3(x+2)^2 = 27$ , 两边都除以 3 得  $(x+2)^2 = 9$ , 由平方根的定义得  $x+2 = \pm 3$ , 即  $x=1$  或  $x=-5$ .

(4) 两边都乘 2 得  $(x-5)^2 = 16$ , 由平方根的定义得  $x-5 = \pm 4$ , 即  $x=9$  或  $x=1$ .

#### 课时2 算术平方根



##### 刷基础

**1. D** 【解析】0.01 的算术平方根是 0.1. 故选 D.

**2. A** 【解析】A 选项,  $\sqrt{25}$  表示 25 的算术平方根, 故 A 正确; B 选项,  $-\sqrt{2}$  不是 2 的算术平方根, 故 B 错误; C 选项, 2 的算术平方根为  $\sqrt{2}$ , 故 C 错误; D 选项,  $\sqrt{2}$  是 2 的算术平方根, 故 D 错误. 故选 A.

**3. A** 【解析】算术平方根等于本身的数有 0, 1. 故选 A.

**4. B** 【解析】由题意可得  $R=5\ \Omega, t=1\ \text{s}, Q=30\ \text{J}, \therefore 30=I^2 \times 5 \times 1, \therefore I^2=6. \because I>0, \therefore I=\sqrt{6}, \therefore$  通过的电流  $I$  为  $\sqrt{6}\ \text{A}$ . 故选 B.

5. **A** 【解析】 $\because$  一个自然数的算术平方根是  $a$ ,  $\therefore$  这个自然数是  $a^2$ ,  $\therefore$  与其相邻的下一个自然数为  $a^2+1$ ,  $\therefore$  与其相邻的下一个自然数的算术平方根是  $\sqrt{a^2+1}$ , 故选 A.

6. **5** 【解析】 $\because m$  是  $\sqrt{16}$  的算术平方根, 且  $\sqrt{16}=4$ ,  $\therefore m=\sqrt{4}=2$ , 则  $m+3=5$ .

7.  **$a \leq 3$**  【解析】根据题意, 得  $3-a \geq 0$ , 所以  $a \leq 3$ . 故答案为  $a \leq 3$ .

8. **-3** 【解析】由题意得  $2x-4 \geq 0, 4-2x \geq 0$ ,  $\therefore 2x-4=0, \therefore x=2, \therefore y=-3$ , 故答案为 -3.

9. **B** 【解析】 $\because 0.02^2=0.000\ 4, 0.03^2=0.000\ 9$ ,  $\therefore 0.02^2 < 0.000\ 48 < 0.03^2, \therefore 0.02 < \sqrt{0.000\ 48} < 0.03$ , 即 0.000 48 的算术平方根在 0.02 与 0.03 之间, 故选 B.

10. **5** 【解析】 $\because$  一个正方形的面积为 24,  $\therefore$  该正方形的边长为  $\sqrt{24}$ .  $\because \sqrt{20.25} < \sqrt{24} < \sqrt{25}, \therefore 4.5 < \sqrt{24} < 5, \therefore$  与该正方形的边长最接近的整数是 5, 故答案为 5.

11. 【解】(1)  $\sqrt{11}$  在 3.31 和 3.32 之间. 理由如下:  $\because 3.31^2=10.956\ 1, 3.32^2=11.022\ 4, 10.956\ 1 < 11 < 11.022\ 4, \therefore 3.31 < \sqrt{11} < 3.32$ .

(2) 由题意得  $55=4.9t^2, \therefore t^2 \approx 11.224\ 5$ . 根据题意可知  $t \approx 3.35$  (负值已舍去).  
答: 物体到达地面约需要 3.35 s.

### 刷提升

1. **A** 【解析】猜想可得  $\sqrt{12\ 345\ 678\ 987\ 654\ 321}=111\ 111\ 111$ , 故选 A.

2. **C** 【解析】 $\because$  三角形的三边长分别为 2, 3, 3,  $\therefore p = \frac{2+3+3}{2} = 4, \therefore$  其面积  $S = \sqrt{4 \times (4-2) \times (4-3) \times (4-3)} = \sqrt{8}$ .  $\because 4 < 8 < 9, \therefore 2 < \sqrt{8} < 3, \therefore n$  的值为 3. 故选 C.

3. **C** 【解析】 $\because a-2\ 001 \geq 0, \therefore a \geq 2\ 001$ ,  $\therefore 2\ 000-a < 0, \therefore |2\ 000-a| + \sqrt{a-2\ 001} = a-2\ 000 + \sqrt{a-2\ 001} = a$ , 即  $\sqrt{a-2\ 001} = 2\ 000$ ,  $\therefore (\sqrt{a-2\ 001})^2 = 2\ 000^2$ , 即  $a-2\ 001 = 2\ 000^2, \therefore a-2\ 000^2 = 2\ 001$ , 故选 C.

### 思路分析

由算术平方根的非负性可知, 当  $\sqrt{3-x}=0$  时,  $9-\sqrt{3-x}$  的值最大, 据此可求出  $x$  的值.

### 技巧点拨

被开方数的小数点向左(或向右)移动两位, 则其算术平方根的小数点向左(或向右)移动一位.

4. **3** 【解析】代数式  $9-\sqrt{3-x}$  的值最大时,  $\sqrt{3-x}=0, \therefore 3-x=0$ , 解得  $x=3$ , 故答案为 3.

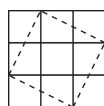
5. (1) 0.4 40 (2) ① 143.5 ② 0.033 489

【解析】(1) 根据题意得,  $x=0.4, y=40$ . 故答案为 0.4, 40.

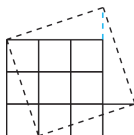
(2) ① 已知  $\sqrt{2.06} \approx 1.435$ , 则  $\sqrt{20\ 600} \approx 143.5$ . 故答案为 143.5. ② 已知  $\sqrt{3.348\ 9}=1.83$ , 若  $\sqrt{x}=0.183$ , 则  $x=0.033\ 489$ . 故答案为 0.033 489.

6. 【解】(1) 5 个小正方形拼成一个大正方形后, 面积不变, 所以拼成的大正方形的面积是  $5 \times 1 \times 1 = 5$ , 边长是  $\sqrt{5}$ .

(2) 能, 如图(1)所示. 边长为  $\sqrt{5}$ . (画法不唯一)



图(1)



图(2)

(3) 能, 如图(2)所示. 它的边长为  $\sqrt{10}$ , 面积为 10. (画法不唯一)

### 刷素养

7. 【解】(1) -18, -8, -2 这三个数是“完美组合数”. 理由如下: 因为  $\sqrt{(-18) \times (-8)} = 12$ ,  $\sqrt{(-18) \times (-2)} = 6$ ,  $\sqrt{(-8) \times (-2)} = 4$ , 12, 6, 4 都是整数, 所以 -18, -8, -2 这三个数是“完美组合数”.

(2) 因为  $\sqrt{(-3) \times (-12)} = 6$ , 所以分两种情况讨论:

① 当  $\sqrt{-3m} = 12$  时,  $-3m = 144$ , 所以  $m = -48$ , 此时  $\sqrt{-12m} = 24$ , 是整数, 符合题意;

② 当  $\sqrt{-12m} = 12$  时,  $-12m = 144$ , 所以  $m = -12$  (不符合题意, 舍去).

综上,  $m$  的值是 -48.

### 思路分析

根据题中所给公式计算出三角形的面积, 再进行估算即可.

### 课时3 计算器的使用和估计数的大小

#### 刷基础

1. **B** 【解析】由按键顺序可知算式为 $\sqrt{7}-\sqrt{4}$ , 计算器显示的结果为 0.645 751 311, 所以与计算器显示的结果最接近的数是 0.6. 故选 B.

2. **B** 【解析】A 选项,  $10\sqrt{2}=14.142\ 135\ 623\ 7$ , 总的位数还是 12 位, 所以不可能出现 7 后面的数字, 故 A 错误; B 选项,  $10(\sqrt{2}-1)=14.142\ 135\ 623\ 7-10=4.142\ 135\ 623\ 7$ , 一共 11 位, 这样 7 后面的数字一定会出现, 故 B 正确; C 选项,  $100\sqrt{2}=141.421\ 356\ 237$ , 总的位数还是 12 位, 所以不可能出现 7 后面的数字, 故 C 错误; D 选项,  $\sqrt{2}-1=1.414\ 213\ 562\ 37-1=0.414\ 213\ 562\ 37$ , 一共 12 位, 这样 7 后面的数字不可能出现, 故 D 错误. 故选 B.

3. 【解】(1) 原式 $\approx 0.866-3.142+6.283-1.414\approx 2.59$ .

(2) 原式 $\approx 3.317\times 1.414\times 2.449\approx 11.49$ .

4. 3 (答案不唯一) 【解析】 $\because S_{\text{正方形}ABCD}=10$ ,  $S_{\text{正方形}GHIJ}=1$ , 且  $S_{\text{正方形}GHIJ}<S_{\text{正方形}DEFG}<S_{\text{正方形}ABCD}$ ,  $\therefore 1<FG^2<10$ ,  $\therefore 1<FG<\sqrt{10}$ .  $\because \sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$ ,  $\therefore 3<\sqrt{10}<4$ ,  $\therefore FG=3$  符合题意,  $\therefore$  正方形  $DEFG$  的边长可以是 3, 故答案为 3 (答案不唯一).

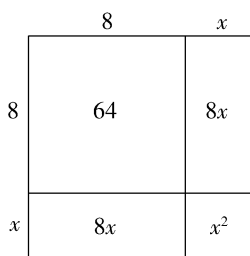
5. 【解】(1) 因为  $\sqrt{64}<\sqrt{76}<\sqrt{81}$ , 即  $8<\sqrt{76}<9$ ,

所以  $\sqrt{76}$  的整数部分为 8.

故答案为 8.

(2) 因为面积为 76 的正方形边长是  $\sqrt{76}$ , 且  $8<\sqrt{76}<9$ ,

所以设  $\sqrt{76}=8+x$ , 其中  $0<x<1$ , 画出示意图如图所示.



**关键点拨** 6. 【解】 $\because$  长方形  $ABCD$  长和宽的比为 4:3,  $\therefore$  设

长方形的长为  $4x$  cm, 宽为  $3x$  cm. 由题意得,  $4x\cdot 3x=612$ ,  $12x^2=612$ ,  $x^2=51$ .  $\because x>0$ ,  $\therefore x=\sqrt{51}$ ,  $\therefore$  长方形的长为  $4\sqrt{51}$  cm, 长方形的宽为  $3\sqrt{51}$  cm. 设圆的半径为  $r$  cm,  $\therefore \pi r^2=16\pi$ ,  $\therefore r^2=16$ .  $\because r>0$ ,  $\therefore r=4$ ,  $\therefore$  圆的直径为 8 cm.  $\because 4\sqrt{51}\div 8=\frac{\sqrt{51}}{2}$ , 且  $7<\sqrt{51}<8$ ,  $\therefore 3.5<\frac{\sqrt{51}}{2}<4$ ,  $\therefore$  在此长方形内沿着  $AB$  边并排最多能裁出 3 个面积为  $16\pi$  cm<sup>2</sup> 的圆.

### 8.2 立方根

#### 刷基础

1. **B** 【解析】A 选项, 负数没有平方根, 但有一个负的立方根, 故本选项不符合题意; B 选项,  $-9$  的立方根可以表示为  $\sqrt[3]{-9}$ , 故本选项符合题意; C 选项,  $\sqrt[3]{12}\neq 4$ , 因为  $4^3=64\neq 12$ , 故本选项不符合题意; D 选项, 任何一个正数都只有一个正的立方根, 故本选项不符合题意. 故选 B.

2. **C** 【解析】 $\because \sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=0$ ,  $\therefore \sqrt[3]{x}=-\sqrt[3]{y}=\sqrt[3]{-y}$ ,  $\therefore x=-y$ ,  $\therefore x+y=0$ .

3.  $-\frac{1}{4}$  【解析】 $\because -\sqrt[3]{a}=\sqrt[3]{-a}=\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$ ,  $\therefore a=-\frac{1}{4}$ .

**思路分析** 4. 【解】因为  $a+1$  的立方根是 1,  $b+2$  的立方根是 2, 所以  $a+1=1$ ,  $b+2=8$ , 解得  $a=0$ ,  $b=6$ , 所以  $a+b=6$ , 所以  $a+b$  的平方根是  $\pm\sqrt{6}$ .

5. **D** 【解析】 $\because$  立方根等于它本身的数有 0,  $\pm 1$ ,  $\therefore x-1=0$  或  $x-1=\pm 1$ , 解得  $x=1$  或  $x=0$  或  $x=2$ ,  $\therefore x^2+x=2$  或 0 或 6, 故选 D.

6.  $x=5$  【解析】 $\because (x-1)^3=64$ ,  $\therefore x-1=\sqrt[3]{64}=4$ ,  $\therefore x=5$ .

7. 5 【解析】因为 $\sqrt[3]{x}=2$ ,  $y^3=-27$ , 所以  $x=8$ ,  $y=-3$ , 所以  $x+y=8+(-3)=5$ . 故答案为 5.

8. 【解】(1)  $\sqrt[3]{-1}=-1$ .

$$(2) \sqrt[3]{\frac{1}{1\,000}} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{10}\right)^3} = \frac{1}{10}.$$

$$(3) \sqrt[3]{-343} = \sqrt[3]{(-7)^3} = -7.$$

$$(4) \sqrt[3]{15\frac{5}{8}} = \sqrt[3]{\frac{125}{8}} = \sqrt[3]{\left(\frac{5}{2}\right)^3} = \frac{5}{2}.$$

$$(5) \sqrt[3]{-\frac{27}{8}} = \sqrt[3]{\left(-\frac{3}{2}\right)^3} = -\frac{3}{2}.$$

$$(6) \sqrt[3]{-0.216} = \sqrt[3]{(-0.6)^3} = -0.6.$$

9. -5 【解析】根据按键顺序可得,  $\sqrt[3]{64}-9=4-9=-5$ .

10. 58 【解析】 $2^8+1=256+1=257$ ,  $2^{18}+1=262\,144+1=262\,145$ . 设某个整数  $n$  的立方在  $2^8+1$  与  $2^{18}+1$  之间, 即  $257 < n^3 < 262\,145$ .  
 $\therefore \sqrt[3]{257} \approx 6.36$ ,  $\sqrt[3]{262\,145} \approx 64.000\,1$ ,  $\therefore 7 \leq n \leq 64$ ,  $\therefore 64-7+1=58$ . 故答案为 58.

11. 【解】(1)  $\sqrt[3]{0.957\,8} \approx 0.99$ .

$$(2) \pm \sqrt[3]{-15\,786} \approx \pm 25.086.$$

12. C 【解析】由题意可得  $\frac{4}{3}\pi r^3 = 16\pi$ ,  $\therefore r^3 = 12$ .  $\therefore 2^3=8$ ,  $3^3=27$ ,  $27-12 > 12-8$ ,  $\therefore 2 < r < 3$ , 且  $r$  更接近 2, 故选 C.

13. 8 【解析】根据题意可知, 长方体铁块的体积为  $16 \times 4 \times 8 = 512$  ( $\text{cm}^3$ ),  $\therefore$  立方体铁块的体积为  $512 \text{ cm}^3$ ,  $\therefore$  立方体铁块的棱长是  $\sqrt[3]{512} = 8$  ( $\text{cm}$ ). 故答案为 8.

### 刷提升

1. A 【解析】 $\because AB=8$ ,  $\therefore 6-a=8$ , 解得  $a=-2$ .  $\therefore a+c=0$ ,  $\therefore c=2$ .  $\therefore c$  是关于  $x$  的方程  $(m-4)x+16=0$  的解的立方根,  $\therefore x=8$  是此方程的解,  $\therefore 8(m-4)+16=0$ , 解得  $m=2$ . 故选 A.

2. D 【解析】由题意可得, 第 1 次输出的结果是 4, 第 2 次输出的结果是 2, 第 3 次输出的结果是 1, 第 4 次输出的结果是 4, 第 5 次输出的结果是 2, 第 6 次输出的结果是 1,  $\cdots$ ,

### 思路分析

先计算出  $2^8+1$  与  $2^{18}+1$  的值, 确定立方数的范围, 设某个整数  $n$  的立方在这个范围内, 推出  $7 \leq n \leq 64$ , 即可求解.

### 关键点拨

熟练掌握立方根的定义, 得到互为相反数的两个数的立方根互为相反数是解题的关键.

### 思路分析

首先根据数轴上两点间的距离的求法, 求出  $a$  的值, 进而求出  $c$  的值, 然后根据  $c$  是关于  $x$  的方程  $(m-4)x+16=0$  的解的立方根, 求出  $m$  的值即可.

$\therefore$  每 3 次输出为一个循环.

$$\therefore 2\,020 \div 3 = 673 \cdots 1,$$

$\therefore$  第 2 020 次输出的结果与第 1 次输出的结果相同, 为 4, 4 的算术平方根是 2, 2 的立方根是  $\sqrt[3]{2}$ , 故选 D.

3. 4 【解析】 $\because \sqrt[3]{128x} = \sqrt[3]{4^3 \times 2x}$ , 且  $\sqrt[3]{128x}$  是一个正整数,  $\therefore \sqrt[3]{2x}$  是一个正整数. 又  $\because x$  是整数,  $\therefore 2x$  的最小值为 8,  $\therefore$  满足条件的最小正整数  $x$  的值为 4. 故答案为 4.

4. 【解】(1) 设正方形卡纸的边长为  $x \text{ cm}$ . 根据题意, 得  $x^2=900$ .  $\because x>0$ ,  $\therefore x=30$ ,

$\therefore$  正方形卡纸的边长为 30 cm.

(2) 裁出的长方形的面积不能为  $768 \text{ cm}^2$ . 理由如下: 设裁出的长方形的长为  $4y \text{ cm}$ , 宽为  $3y \text{ cm}$ . 根据题意, 得  $3y \cdot 4y = 768$ .  $\because y>0$ ,  $\therefore y=8$ .

$$\therefore 4y = 32 > 30,$$

$\therefore$  裁出的长方形的面积不能为  $768 \text{ cm}^2$ .

(3)  $\because$  正方体的体积为  $343 \text{ cm}^3$ ,  $\therefore$  该正方体的棱长为  $\sqrt[3]{343} = 7$  ( $\text{cm}$ ),  $\therefore$  该正方体的表面积为  $6 \times 7 \times 7 = 294$  ( $\text{cm}^2$ ).

5. 【解】(1)  $\because -\sqrt[3]{n^3} = -n$ ,  $\sqrt[3]{-n^3} = -n$ ,  $\therefore -\sqrt[3]{n^3} = \sqrt[3]{-n^3}$ ,  $\therefore$  互为相反数的两个数的立方根互为相反数. 故答案为  $-n$ ,  $-n$ ,  $-\sqrt[3]{n^3}$ ,  $\sqrt[3]{-n^3}$ ; 互为相反数.

$$(2) \sqrt[3]{-1} + \sqrt[3]{-8} + \sqrt[3]{-27} + \cdots + \sqrt[3]{-100^3} = -1 - 2 - 3 - \cdots - 100 = -(1+2+3+\cdots+100) = -5\,050.$$

### 刷素养

6. 【解】(1) 2, 2, 22.

$$(2) \because 1\,000 = 10^3 < 614\,125 < 100^3 = 1\,000\,000,$$

$\therefore y$  一定是两位数.

$\because 614\,125$  的个位数字是 5,

$\therefore y$  的个位数字一定是 5.

$$\text{划去 } 614\,125 \text{ 后面的三位 } 125 \text{ 得 } 614,$$

$$\because 512 = 8^3 < 614 < 9^3 = 729,$$

$\therefore y$  的十位数字一定是 8,

$$\therefore y = 85.$$

# 8.3 实数及其简单运算

## 课时1 实数

### 刷基础

1. **C** 【解析】 $\sqrt{11}$ ,  $\frac{\pi}{3}$ , 0.373 773 777 3... 是无理数, 共 3 个. 故选 C.

2. **186** 【解析】 $\because 1^2=1, 2^2=4, 3^2=9, \dots, 10^2=100, \therefore$  在 1, 2, 3, ..., 100 这 100 个自然数的算术平方根中, 有理数有 10 个,  $\therefore$  无理数有 90 个.  $\because 1^3=1, 2^3=8, 3^3=27, 4^3=64 < 100, 5^3=125 > 100, \therefore$  在 1, 2, 3, ..., 100 这 100 个自然数的立方根中, 有理数有 4 个,  $\therefore$  无理数有 96 个,  $\therefore$  在 1, 2, 3, ..., 100 这 100 个自然数的算术平方根和立方根中, 无理数共有  $90+96=186$  (个).

3. 【解】正数集合:  $\left\{\frac{22}{7}, 20\%, 3.101\ 001\ 000\ 1\dots, 2, \dots\right\}$ ;

负数集合:  $\left\{-0.\dot{7}\dot{8}, -\frac{\pi}{2}, -3.141\ 592\ 6, -3\frac{1}{4}, -1, \dots\right\}$ ;

整数集合:  $\{0, 2, -1, \dots\}$ ;

负分数集合:  $\left\{-0.\dot{7}\dot{8}, -3.141\ 592\ 6, -3\frac{1}{4}, \dots\right\}$ ;

无理数集合:  $\left\{-\frac{\pi}{2}, 3.101\ 001\ 000\ 1\dots, \dots\right\}$ .

4. **B** 【解析】 $\because$  正方形 ABCD 的面积为 5, 且  $AB=AE, \therefore AB=AE=\sqrt{5}. \therefore$  点 A 表示的数是 -1, 且点 E 在点 A 右侧,  $\therefore$  点 E 表示的数为  $\sqrt{5}-1$ .

5. **C** 【解析】 $\because$  表示  $2, \sqrt{5}$  的对应点分别为 C, B,  $\therefore CB=\sqrt{5}-2$ . 设点 A 表示的数是  $x. \because AC=BC, \therefore 2-x=\sqrt{5}-2, \therefore x=4-\sqrt{5}, \therefore$  点 A 表示的数是  $4-\sqrt{5}$ . 故选 C.

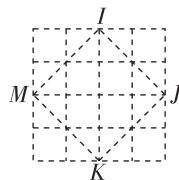
6. 【解】(1) 由题图(2)可得, 格点正方形 EFGH 的面积为  $9-4\times\frac{1}{2}\times 1\times 2=5, \therefore$  边长  $EH=\sqrt{5}$ ,

思路分析  
分别找出 1, 2, 3, ..., 100 这 100 个自然数的算术平方根和立方根中有理数的个数, 即可得出无理数的个数.

思路分析  
由题意可得  $AE=AB=\sqrt{5}$ , 然后根据数轴与实数的关系即可求得答案.

故答案为  $5, \sqrt{5}$ .

(2) 边长为  $\sqrt{8}$  的格点正方形的面积为 8.  $\because$  网格由 16 个边长为 1 的小正方形组成, 即面积为 16, 同(1)可知, 减去的四个直角三角形的面积都为 2, 即该直角三角形的两条直角边长均为 2, 故边长为  $\sqrt{8}$  的格点正方形如图所示.



(3) 点 M 表示的数为  $1+\sqrt{5}$  或  $1-\sqrt{5}$ .

$\because$  以小正方形的边长作为 1 个单位长度画数轴, 将点 F 放在数 1 处,  $\therefore OF=1$ . 由(1)可知  $FG=EH=\sqrt{5}, \therefore$  以 F 为圆心, FG 为半径画圆, 与数轴交于点 M, 当点 M 在 F 的右侧时,  $OM=OF+FG=1+\sqrt{5}, \therefore$  点 M 表示的数为  $1+\sqrt{5}$ ; 当点 M 在 F 的左侧时,  $OM=FG-OF=\sqrt{5}-1, \therefore$  点 M 表示的数为  $-(\sqrt{5}-1)=1-\sqrt{5}$ . 综上, 点 M 表示的数为  $1+\sqrt{5}$  或  $1-\sqrt{5}$ .

7. **C** 【解析】 $\because |-4.5|=4.5, -\sqrt{16} < -\sqrt{13} < -\sqrt{9}, \therefore -4 < -\sqrt{13} < -3, \therefore -\sqrt{13} < -2.5 < 0 < |-4.5|, \therefore$  最左边的点表示的实数是  $-\sqrt{13}$ , 故选 C.

8. 小丽 【解析】方法 1: 估算法.  $\because \sqrt{5} \approx 2.236, \therefore \frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618 > \frac{1}{2}$ , 故赢家是小丽.

方法 2: 作差法.  $\frac{\sqrt{5}-1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}-1-1}{2} = \frac{\sqrt{5}-2}{2}.$   
 $\because 2 < \sqrt{5} < 3, \therefore \sqrt{5}-2 > 0, \therefore \frac{\sqrt{5}-2}{2} > 0, \therefore \frac{\sqrt{5}-1}{2} - \frac{1}{2} > 0, \therefore \frac{\sqrt{5}-1}{2} > \frac{1}{2}, \therefore$  赢家是小丽.

## 课时2 实数的运算

### 刷基础

1. **B** 【解析】A 选项,  $(\sqrt{7})^2=7$ , 故 A 不符合题意; B 选项,  $(\sqrt[3]{-7})^3=-7$ , 故 B 符合题意; C 选项,  $\sqrt{7^2}=7$ , 故 C 不符合题意; D 选项,  $\sqrt{(-7)^2}=7$ , 故 D 不符合题意. 故选 B.

**2. B** 【解析】A 选项,  $-3$  与  $\frac{1}{3}$  的和不等于零, 两数不互为相反数, 不合题意; B 选项,  $-(-2)=2$ ,  $-|-2|=-2$ ,  $2+(-2)=0$ , 两数互为相反数, 符合题意; C 选项,  $\sqrt{25}=5$ , 故  $5$  与  $\sqrt{25}$  相等, 不互为相反数, 不合题意; D 选项,  $-\sqrt{4}=-2$ , 故  $-2$  与  $-\sqrt{4}$  相等, 不互为相反数, 不合题意. 故选 B.

**3.  $\sqrt{2}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $-\frac{1}{2}$**  【解析】根据相反数、倒数、立方根的概念, 得  $-\sqrt{2}$  的相反数是  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{4}$  的倒数是  $\frac{1}{2}$ ,  $-\frac{1}{8}$  的立方根是  $-\frac{1}{2}$ . 故答案为  $\sqrt{2}$ ,  $\frac{1}{2}$ ,  $-\frac{1}{2}$ .

**4.  $\sqrt{6}+2$  或  $\sqrt{6}-2$**  【解析】由  $|x|=\sqrt{6}$ ,  $y$  是  $4$  的平方根, 得  $x=\sqrt{6}$  或  $x=-\sqrt{6}$ ,  $y=2$  或  $y=-2$ . 由  $|y-x|=x-y$ , 得  $x>y$ , 所以  $x=\sqrt{6}$ ,  $y=2$  或  $y=-2$ . 当  $y=2$  时,  $x+y=\sqrt{6}+2$ ; 当  $y=-2$  时,  $x+y=\sqrt{6}-2$ .

**5. 【解】**填表如下:

	2.5	$-\sqrt{7}$	$\sqrt[3]{8}$	$\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}$	$\sqrt{3}-1.7$
相反数	-2.5	$\sqrt{7}$	-2	$\frac{\pi}{2}-\sqrt{3}$	$1.7-\sqrt{3}$
绝对值	2.5	$\sqrt{7}$	2	$\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}$	$\sqrt{3}-1.7$

**6. 【解】** $\because |x-1|=\sqrt{2}$ ,

$$\therefore x-1=\pm\sqrt{2}.$$

$$\text{解得 } x=\sqrt{2}+1 \text{ 或 } x=-\sqrt{2}+1.$$

$$\therefore \text{实数 } x \text{ 的值为 } 1-\sqrt{2} \text{ 或 } 1+\sqrt{2}.$$

**7. A** 【解析】A 选项,  $3\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}$ , 计算正确, 故此选项符合题意; B 选项,  $\sqrt{9}-\sqrt{4}=3-2=1$ , 原计算错误, 故此选项不符合题意; C 选项,  $\pm\sqrt{36}=\pm 6$ , 原计算错误, 故此选项不符合题意; D 选项,  $\sqrt{4}=2$ , 原计算错误, 故此选项不符合题意. 故选 A.

**8. C** 【解析】 $\because a \star b = \sqrt{a^2+b}$ ,  $\therefore \sqrt{13} \star (\sqrt{7} \star 2) = \sqrt{13} \star \sqrt{(\sqrt{7})^2+2} = \sqrt{13} \star \sqrt{9} = \sqrt{13} \star 3$

### 刷有所得

求一个数的相反数, 在这个数的前面加上“-”号即可; 求一个数的倒数, 用 1 除以这个数即可; 一个数的立方是  $a$ , 则这个数是  $a$  的立方根.

### 关键点拨

找出线段长度的变化规律是解题的关键.

$$3=\sqrt{(\sqrt{13})^2+3}=\sqrt{16}=4, \text{ 故选 C.}$$

**9.  $\pm 8$**  【解析】 $\because$  输出的数是  $\frac{1}{2}$ ,  $\therefore$  根据流程图

倒推,  $\frac{1}{2}$  的平方是  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{4}$  的倒数是 4, 4 的立方是 64, 64 的平方根是  $\pm 8$ , 故  $x$  的值为  $\pm 8$ , 故答案为  $\pm 8$ .

**10. (答案不唯一)  $2-\sqrt{3}$ ,  $1+\sqrt{3}$**  【解析】 $\because 2-\sqrt{3}+1+\sqrt{3}=3$ ,  $\therefore$  满足题意的  $m, n$  的值可以分别为  $2-\sqrt{3}, 1+\sqrt{3}$ . 故答案为 (答案不唯一)  $2-\sqrt{3}, 1+\sqrt{3}$ .

**11. 【解】**(1) 原式  $= 3-5+2-\sqrt{3} = -\sqrt{3}$ .

$$(2) \text{原式} = -3+4-1=0.$$

$$(3) \sqrt{1.44} \times \sqrt[3]{125} = 1.2 \times 5 = 6.$$

**12. 【解】**(1)  $\sqrt{11} \times \frac{2}{5} + 0.54 \approx 1.327 + 0.54 \approx 1.87$ .

$$(2) 4\sqrt{15} + \sqrt{2} \approx 15.492 + 1.414 \approx 16.91.$$

### 刷提升

**1. D** 【解析】 $\because$  正整数  $a, b$  分别满足  $\sqrt[3]{55} < a < \sqrt[3]{97}$ ,  $\sqrt{7} < b < \sqrt{15}$ , 且  $\sqrt[3]{27} < \sqrt[3]{55} < \sqrt[3]{64} < \sqrt[3]{97} < \sqrt[3]{125}$ ,  $\sqrt{7} < \sqrt{9} < \sqrt{15}$ ,  $\therefore a=4, b=3$ ,  $\therefore b^a=3^4=81$ , 故选 D.

**2. A** 【解析】由题意可得  $A_1B_1=2-\sqrt{2}$ , 则  $A_2$  表示的数为  $2+2-\sqrt{2}=4-\sqrt{2}$ .  $\because 2 < 4-\sqrt{2} < 3$ ,  $\therefore B_2$  表示的数为 3,  $\therefore A_2B_2=\sqrt{2}-1$ , 同理可得  $A_3B_3=2-\sqrt{2}, A_4B_4=\sqrt{2}-1, \dots, \therefore A_8B_8=\sqrt{2}-1$ , 故选 A.

**3.  $a < c < b$**  【解析】 $\because (a-\sqrt{17})^2 \geq 0, \sqrt{5-b} \geq 0, |c-\sqrt{18}| \geq 0$ , 且  $(a-\sqrt{17})^2 + \sqrt{5-b} + |c-\sqrt{18}| = 0$ ,  $\therefore a-\sqrt{17}=0, 5-b=0, c-\sqrt{18}=0$ ,  $\therefore a=\sqrt{17}, b=5, c=\sqrt{18}$ .  $\because 17 < 18 < 25$ ,  $\therefore \sqrt{17} < \sqrt{18} < 5$ ,  $\therefore a < c < b$ . 故答案为  $a < c < b$ .

**4.  $2\sqrt{2}$**  【解析】由题图可知第 1 排有 1 个数, 第 2 排有 2 个数, 第 3 排有 3 个数, 第 4 排有 4 个数,  $\dots$ , 第  $m$  排有  $m$  个数,  $\therefore$  前  $m$  排共有  $1+2+3+4+\dots+m = \frac{1}{2}m(m+1)$  个数, 且每四个数



为一个循环.由题可知(5,4)表示第5排第4个数,为 $\sqrt{2}$ , (12,4)表示第12排第4个数.

$\therefore$ 前11排共有 $1+2+3+4+\cdots+11=\frac{1}{2}\times 11\times (11+1)=66$ (个数), $\therefore$ (12,4)表示第70个数. $\therefore 70\div 4=17\cdots 2$ , $\therefore$ (12,4)表示的数为 $\sqrt{2}$ , $\therefore$ (5,4)与(12,4)表示的两数之和是 $\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ .故答案为 $2\sqrt{2}$ .

5.【解】 $\frac{9-\sqrt{22}}{4}-\frac{1}{2}=\frac{9-\sqrt{22}-2}{4}=\frac{7-\sqrt{22}}{4}$ .

因为 $7^2=49, 49>22$ ,所以 $7>\sqrt{22}$ ,所以 $7-\sqrt{22}>0$ ,所以 $\frac{7-\sqrt{22}}{4}>0$ ,所以 $\frac{9-\sqrt{22}}{4}>\frac{1}{2}$ .

刷素养

6.【解】(1) $\because -3<-2, 1<-2, \therefore [-2, 1]=-3$ .  
 $\because \sqrt[3]{216}<\sqrt[3]{300}<\sqrt[3]{343}, \therefore 6<\sqrt[3]{300}<7$ ,  
 $\therefore [\sqrt[3]{300}]=6. \therefore [\sqrt{(-3)\times(-2)}]=[\sqrt{6}]$ ,  
 $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}, \therefore 2<\sqrt{6}<3, \therefore [\sqrt{(-3)\times(-2)}]=2$ .故答案为-3;6;2.

(2) $\because n$ 为正整数, $\sqrt{n^2}<\sqrt{n(n+1)}<\sqrt{(n+1)^2}, \therefore n<\sqrt{n(n+1)}<n+1$ ,  
 $\therefore [\sqrt{n(n+1)}]=n$ .

(3) $\because$ 由(2)可知,当 $n$ 为正整数时,  
 $[\sqrt{n(n+1)}]=n, \therefore a=[\sqrt{1\times 2}]+[\sqrt{2\times 3}]+\cdots+[\sqrt{2\ 023\times 2\ 024}]=1+2+\cdots+2\ 023=$   
 $\frac{2\ 023\times(1+2\ 023)}{2}=2\ 023\times 1\ 012. \therefore b=$   
 $[\sqrt{2\ 025}]=[45]=45, \therefore S=\frac{a}{1\ 012}+b=$   
 $\frac{2\ 023\times 1\ 012}{1\ 012}+45=2\ 068. \therefore \sqrt{2\ 025}<\sqrt{2\ 068}<$   
 $\sqrt{2\ 116}, \therefore 45<\sqrt{2\ 068}<46, \therefore [\sqrt{S}]=$   
 $[\sqrt{2\ 068}]=45$ .

### 数学活动



1. C 【解析】由题图得,A4纸张的宽为A0纸张宽的 $\frac{1}{4}$ ,A4纸张的长为A0纸张长的 $\frac{1}{4}$ ,  
 $\therefore$ A4纸张的面积为A0张纸面积的 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$ , $\therefore$ 裁剪一张规格为A0的纸最多可得到规

### 刷有所得

作差法是两个数或者两个代数式比较大小的常用方法,除此之外还有作商法、平方法等比较大小的方法.

格为A4的纸的张数是16张.故选C.

2. 84 85 【解析】由题意得,A0纸的宽为 $4x$ ,且 $x\approx\sqrt{446}. \therefore 21^2=441, 21.2^2=449.44$ ,  
 $\sqrt{441}<\sqrt{446}<\sqrt{449.44}, \therefore 21<x<21.2, \therefore 84<4x<84.8, \therefore$ A0纸的宽介于84与85两个相邻的整数之间.

3.【解】(1)①把两个边长为 $a$ 的小正方形用同样的方法剪拼,所得到的大正方形的面积为 $2a^2$ ,其边长 $\sqrt{2a^2}$ 就是原边长为 $a$ 的小正方形的对角线长.

②由题图(3)可得第一次折叠得到的正方形的对角线长正好与长方形的长相等.若折叠的A4纸的宽为 $a$ ,则正方形的边长为 $a$ ,由材料一可知其对角线长为 $\sqrt{2}a$ ,因此A4纸的长为 $\sqrt{2}a, \therefore$ A4纸的长:宽 $=\sqrt{2}a:a=\sqrt{2}:1$ .故答案为① $\sqrt{2a^2}$ ,② $\sqrt{2}:1$ .

(2)设A4纸的长为 $m$ ,宽为 $n$ ,由材料二可知A4纸的长:宽 $=m:n=\sqrt{2}:1$ .由A系列纸的生成过程可知,A0纸的长为 $4m$ ,宽为 $4n, \therefore$ A0纸的长:宽 $=4m:4n=m:n=\sqrt{2}:1$ .

(3)设A0纸的宽为 $x$  m,则长为 $\sqrt{2}x$  m.依题意得 $x\times\sqrt{2}x=1, \therefore x^2=\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

$$\therefore \sqrt{2}\approx 1.414, \therefore x^2\approx 0.707\ 2.$$

$$\therefore x>0, \therefore x\approx\sqrt{0.707\ 2}\approx 0.841,$$

$\therefore$ A0纸的宽约为0.841 m=841 mm,长约为 $1.414\times 841\approx 1\ 189$ (mm).

答:A0纸的长约为1 189 mm,宽约为841 mm.

### 思路分析

先求原数立方根的位数,再求个位上的数,接着求十位上的数,即可得出结果.

4. 任务1:①两 ②8 ③5 ④58

任务2:48

【解析】任务2: $\because 10^3=1\ 000, 100^3=1\ 000\ 000, 1\ 000<110\ 592<1\ 000\ 000, \therefore 10<\sqrt[3]{110\ 592}<100$ ,即 $\sqrt[3]{110\ 592}$ 是个两位数.

$\therefore 110\ 592$ 的个位上的数是2,只有个位数字是8的数的立方的个位数字是2,  
 $\therefore \sqrt[3]{110\ 592}$ 的个位上的数是8.划去110 592后面的三位592得到数110,而 $4^3=64, 5^3=$

125,  $\therefore 40 < \sqrt[3]{110\ 592} < 50$ ,  $\therefore \sqrt[3]{110\ 592}$  的十位上的数是 4,  $\therefore \sqrt[3]{110\ 592} = 48$ .

## 全章综合训练

### 刷中考

1. **B** 【解析】 $\because$  完全相同的 4 个正方形面积之和是 100,  $\therefore$  1 个正方形的面积为  $100 \div 4 = 25$ ,  $\therefore$  正方形的边长为  $\sqrt{25} = 5$ , 故选 B.

2. **-2** 【解析】 $\because (-2)^3 = -8$ ,  $\therefore -8$  的立方根是  $\sqrt[3]{-8} = -2$ , 故答案为 -2.

3. **1** 【解析】 $\because \sqrt{2x-1} = 1$ ,  $\therefore 2x-1 = 1$ ,  $\therefore x = 1$ , 故答案为 1.

4. **1** 【解析】 $\because m, n$  为实数, 且  $(m+4)^2 + \sqrt{n-5} = 0$ ,  $\therefore m+4=0, n-5=0$ , 解得  $m=-4, n=5$ ,  $\therefore (m+n)^2 = (-4+5)^2 = 1^2 = 1$ . 故答案为 1.

5. **C** 【解析】 $\because \sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$ ,  $\therefore 2 < \sqrt{6} < 3$ ,  $\therefore 3 < 1 + \sqrt{6} < 4$ , 故选 C.

6. **5** 【解析】 $\because \sqrt{25} < \sqrt{26} < \sqrt{36}$ ,  $\therefore 5 < \sqrt{26} < 6$ .  $\because n < \sqrt{26} < n+1$ ,  $\therefore n = 5$ , 故答案为 5.

7. **2 (答案不唯一)** 【解析】 $\because \sqrt{3} < \sqrt{4} < \sqrt{9} < \sqrt{10}$ ,  $\therefore \sqrt{3} < 2 < 3 < \sqrt{10}$ ,  $\therefore$  比  $\sqrt{3}$  大且比  $\sqrt{10}$  小的整数是 2 或 3. 故答案为 2 (答案不唯一).

8. **D** 【解析】 $\because 2 \times \frac{1}{2} = 1$ ,  $\therefore$  实数 2 的倒数是  $\frac{1}{2}$ . 故选 D.

9. **C** 【解析】A 选项,  $\frac{2}{3}$  是有理数, 不符合题意; B 选项, 3.14 是有理数, 不符合题意; C 选项,  $\sqrt{15}$  是无理数, 符合题意; D 选项,  $\sqrt[3]{64} = 4$ , 是有理数, 不符合题意. 故选 C.

10. **2** 【解析】 $|-5| + \sqrt[3]{-27} = 5 - 3 = 2$ . 归纳总结

11.  **$x = 10$**  【解析】 $\because \sqrt{x-6} = 2$ ,  $\therefore x-6 = 4$ ,  $\therefore x = 10$ . 经检验,  $x = 10$  是原方程的解, 故答案为  $x = 10$ .

12. 【解】 $2^2 + |-3| - \sqrt{25} = 4 + 3 - 5 = 7 - 5 = 2$ .

13. **C** 【解析】 $\because -2 < -\sqrt{3} < 0 < \pi$ ,  $\therefore$  这四个数中, 最大的数是  $\pi$ . 故选 C.

14.  **$\geq$**  【解析】 $(\sqrt{10})^2 = 10$ ,  $\left(\frac{22}{7}\right)^2 = \frac{484}{49}$ .  $\therefore 10 <$

几个非负数的和为 0 时, 这几个非负数都为 0.

**归纳总结**  
若  $a, b$  为正数, 且  $a^2 > b^2$ , 则  $a > b$ ; 若  $a, b$  为负数, 且  $a^2 > b^2$ , 则  $a < b$ . 若  $a^3 > b^3$ , 则  $a > b$ .

**归纳总结**  
立方根: 一个数的立方根只有一个, 正数的立方根是正数, 负数的立方根是负数, 0 的立方根是 0.

$\frac{484}{49}$ ,  $\therefore \sqrt{10} > \frac{22}{7}$ , 故答案为  $>$ .

15. **C** 【解析】设点 A 表示的数为  $a$ , 由数轴可知  $2 < a < 3$ .  $\because \sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$ ,  $\therefore 1 < \sqrt{2} < 2$ , 故选项 A 不符合题意;  $\because \sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ ,  $\therefore 1 < \sqrt{3} < 2$ , 故选项 B 不符合题意;  $\because \sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$ ,  $\therefore 2 < \sqrt{7} < 3$ , 故选项 C 符合题意;  $\because \sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$ ,  $\therefore 3 < \sqrt{10} < 4$ , 故选项 D 不符合题意. 故选 C.

16. **D** 【解析】由题意可得圆的直径  $d = 1$ , 根据圆的周长公式  $C = \pi d$  可得其周长为  $\pi$ . 圆从点 A 滚动到点 A', 滚动的距离是圆的周长  $\pi$ , 点 A' 对应的数是 2, 那么滚动前点 A 对应的数是  $2 - \pi$ , 故选 D.

17. **C** 【解析】A 选项, 由数轴可知  $-2 < b < -1$ , 故本选项不符合题意; B 选项, 由数轴可知  $-2 < b < -1$ , 则  $1 < |b| < 2$ , 故本选项不符合题意; C 选项, 由数轴可知  $a > 0, b < 0, |a| > |b|$ , 则  $a + b > 0$ , 故本选项符合题意; D 选项, 由数轴可知  $a > 0, b < 0$ , 则  $ab < 0$ , 故本选项不符合题意. 故选 C.

### 刷章测

1. **D** 【解析】根据题意得  $(m-2)^2 = (-4)^2$ , 即  $(m-2)^2 = 16$ ,  $\therefore m-2 = \pm 4$ ,  $\therefore m = -2$  或 6.

2. **C** 【解析】因为  $2^2 = 4$ ,  $(\sqrt{5})^2 = 5$ ,  $4 < 5$ , 所以  $2 < \sqrt{5}$ . 因为  $2^3 = 8$ ,  $(\sqrt[3]{7})^3 = 7$ ,  $7 < 8$ , 所以  $\sqrt[3]{7} < 2$ , 所以  $\sqrt[3]{7} < 2 < \sqrt{5}$ . 故选 C.

3. **C** 【解析】

A 根据表格中的信息知  $\sqrt{252.81} = 15.9$ ,  $\therefore \sqrt{2.5281} = 1.59$ , 故该选项不正确

B 根据表格中的信息知  $\sqrt{234.09} = 15.3$  <  $\sqrt{235}$ ,  $\therefore 235$  的算术平方根比 15.3 大, 故该选项不正确

C 根据表格中的信息知  $15.5^2 = 240.25 < n < 15.6^2 = 243.36$ ,  $\therefore$  正整数  $n$  的值为 241 或 242 或 243,  $\therefore$  只有 3 个正整数  $n$  满足  $15.5 < \sqrt{n} < 15.6$ , 故该选项正确

D 根据表格的变化趋势, 可以推断出  $16.1^2$  比 256 大 3.21, 故该选项不正确



4.1 【解析】 $\because a^2=81, \therefore a=\pm 9$ .

$$\because \sqrt[3]{b}=-2, \therefore b=-8.$$

$$\because b-a \geq 0, \therefore a=-9,$$

$$\therefore \sqrt{b-a}=\sqrt{1}=1. \text{ 故答案为 } 1.$$

5.2 【解析】 $\because m, n$  是有理数, 且  $m, n$  满足等式

$$2m+n+\sqrt{2}(n-2)=\sqrt{2}(\sqrt{2}+3)+21, \therefore 2m+n+\sqrt{2}(n-2)=23+3\sqrt{2}, \text{ 则 } 2m+n=23, n-2=3, \text{ 解得 } n=5, m=9, \therefore \sqrt{m}+n=\sqrt{9}+5=8, \therefore \sqrt{m}+n \text{ 的立方根为 } 2.$$

6. 【解】 $\sqrt{16}=4, \sqrt[3]{-125}=-5$ .

$$(1) \text{ 整数集合: } \{0, \sqrt{16}, \sqrt[3]{-125}, \dots\};$$

$$(2) \text{ 分数集合: } \left\{-\frac{5}{4}, 3.141\,592\,6, 0.1\dot{5}, \dots\right\};$$

$$(3) \text{ 有理数集合: } \left\{0, -\frac{5}{4}, \sqrt{16}, 3.141\,592\,6, 0.1\dot{5}, \sqrt[3]{-125}, \dots\right\};$$

$$(4) \text{ 无理数集合: } \{-\sqrt[3]{7}, 0.130\,300\,300\,03\dots, 2\pi, \sqrt{2}-1, \dots\}.$$

7. 【解】(1) 当  $m=\pi$  时,  $\because 3<\pi<4, \therefore b=\pi-3$ . 当  $m=\sqrt{11}$  时,  $\because 9<11<16, \therefore \sqrt{9}<\sqrt{11}<\sqrt{16}, \therefore 3<\sqrt{11}<4, \therefore a=3$ . 故答案为  $\pi-3, 3$ .

(2) 当  $m=9-\sqrt{7}$  时,  $\because 4<7<9, \therefore \sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}, \therefore 2<\sqrt{7}<3, \therefore -3<-\sqrt{7}<-2, \therefore 9-3<9-\sqrt{7}<9-$

**思路分析**  
首先将已知等式整理化简, 然后根据对应关系, 列出等式即可求解.

**思路分析**  
(2) 通过估算  $\sqrt{7}$  的大小, 确定  $9-\sqrt{7}$  的整数部分与小数部分, 从而代入求值.

$$2, \text{ 即 } 6<9-\sqrt{7}<7, \therefore a=6, b=9-\sqrt{7}-6=3-\sqrt{7}, \therefore a-b=6-(3-\sqrt{7})=3+\sqrt{7}.$$

(3)  $\because a-b=\sqrt{30}-1, a$  为整数,  $b$  为小数,  $\therefore (a-1)+(1-b)=\sqrt{30}-1, \therefore a-1$  是  $\sqrt{30}-1$  的整数部分,  $1-b$  是  $\sqrt{30}-1$  的小数部分.  $\because 25<30<36, \therefore \sqrt{25}<\sqrt{30}<\sqrt{36}, \therefore 5<\sqrt{30}<6, \therefore 5-1<\sqrt{30}-1<6-1, \therefore 4<\sqrt{30}-1<5, \therefore a-1=4, 1-b=\sqrt{30}-1-4=\sqrt{30}-5, \therefore a=5, b=6-\sqrt{30}, \therefore m=a+b=5+6-\sqrt{30}=11-\sqrt{30}$ . 故答案为  $11-\sqrt{30}$ .

8. 【解】(1) 由题意得, 这个魔方的棱长为  $\sqrt[3]{V}$  cm, 故答案为  $\sqrt[3]{V}$ .

(2) ① 根据 (1) 可知, 正方体魔方的棱长为  $\sqrt[3]{V}$  cm.  $\because V=64, \therefore$  这个魔方的棱长为  $\sqrt[3]{64}=4$  (cm), 故答案为 4.

②  $\because$  魔方的棱长为 4 cm,  $\therefore$  每个小立方体的棱长为  $4 \div 2 = 2$  (cm),  $\therefore$  阴影部分正方形 ABCD 的面积为  $4 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 8$  (cm<sup>2</sup>),  $\therefore$  正方形 ABCD 的边长为  $\sqrt{8}$  cm.

③  $\because$  点 A 与数 1 重合, 点 D 在点 A 的左侧, 且与点 A 的距离为  $\sqrt{8}, \therefore$  点 D 在数轴上表示的数为  $1-\sqrt{8}$ , 故答案为  $1-\sqrt{8}$ .

## 第九章 平面直角坐标系

### 9.1 用坐标描述平面内点的位置

#### 9.1.1 平面直角坐标系的概念

#### 刷基础

1. D 【解析】A 选项, 两条数轴互相垂直, 交点为原点, 但没明确标注  $x$  轴、 $y$  轴, 不符合平面直角坐标系特征, 故本选项不符合题意; B 选项, 坐标系中两条数轴不垂直, 不符合平面直角坐标系特征, 故本选项不符合题意; C 选项,

两条数轴互相垂直, 每条数轴都有正方向和单位长度, 但未标注出原点, 不符合平面直角坐标系特征, 故本选项不符合题意; D 选项, 两条数轴互相垂直, 交点为原点, 每条数轴都有正方向和单位长度, 符合平面直角坐标系特征, 故本选项符合题意. 故选 D.

2. 【解】(1) 如图所示,  $A(-3, 0)$  即为所求.

(2) 如图所示,  $B(0, -2)$  即为所求.

(3) 如图所示,  $C(4, -4)$  即为所求.